SONLU ELEMANLARLA MODELLENEN YEREL JEOİTLER YARDIMIYLA, YER KABUĞU HAREKETLERİNDEKİ DÜŞEY BİLEŞENLERİN İRDELENMESİ

ANALYSIS OF DISCONTINUITIES ON EARTH'S CRUST MOVEMENTS BY LOCAL GEOİDS EVALUATED FİNİTE ELEMENTS

ÇEPNİ M. S.[2], KONAK H.[1], KURT O.[2]

Adres: KOÜ Veziroğlu Yerleşkesi Müh. Fak. Jeodezi ve Fotogrametri. Müh. Bölümü - Kocaeli

E-posta: muratselim.cepni@kou.edu.tr, konak_h@kou.edu.tr, okurt@kou.edu.tr

---

Anahtar Sözcükler: Sonlu Elemanlar, Jeoit Modelleri, Yer Kabuğu Hareketleri, Süreksizlikler

ÖZ: Tektonik plaka hareketleri üzerinde bulunan ülkelerde, plaka hareketlerinin bir sonucu olarak jeodezik ağlar homojen karakteristiklerini kaybetmekte, özellikle aktif fay hatlarının etrafında bu etkiler üst düzeye çıkmaktadır. Yerkabuğu hareketleri nedeniyle jeoit de değişmekte dolayısıyla referans elipsoidini güncellemek gereksinimi doğmaktadır. Ancak, fay hareketliliği yüzey modellerinin klasik modellerle yapılmasını güçleştirmektedir. Bu çalışmada; bölgesel bir ağdan elde edilen yükseklik bileşenleri yardımıyla Sonlu Elemanlar yöntemi kullanılarak yerel bir Jeoit modellenmekte ve klasik çözümler ile karşılaştırılmaktadır. Bu noktadan hareketle; iyileştirilmiş bir Jeoit yardımıyla, yerkabuğu hareketlerindeki değişimlere ilişkin öncül bilgilerin daha güvenilir olarak üretilebilmesi amaçlanmaktadır.

***Key Words**: Finite Elements, Local Geoids, Crustal Movements, Discontinues*

ABSTRACT: *In countries on tectonic plate movements, as a result of the distorting effects of plate movements country geodetic networks lose their homogenous characteristics, and non-concordances rise to upper level particularly around active fault lines. Earth's crust movement to bring about necessity of updated to geoid and reference ellipsoid. However, activity of fault make difficult built of surface model by classical methods. İn this paper, a local geoit is modelled with using finite elements by means of heigt data that obtained from regional network and comparated of classical methods. On further side,is aimed to rich of prior information concern to Earth's crust movemenst through geoit model.*

GİRİŞ

Yer kabuğu hareketlerinin izlenebilmesi amacıyla; deprem bölgelerinde Jeodezik-Jeodinamik özellikli deformasyon ağları kurulmakta, bu ağlar üzerinde uygun zaman aralıklarında gerçekleştirilen jeodezik gözlemler değerlendirilmekte, elde edilen üç boyutlu konum bilgileri ve hız bileşenleri geometrik-istatistik ve fiziksel-teknik yöntemlerle yorumlanmaktadır. Jeodezi uzmanlarınca yorumlanabilen geometrik-istatistik sonuçların, inşaat ve yer bilimi uzmanlarının fiziksel ve teknik yorumları ile bütünleştirilmesi gerekmektedir.

Tektonik plaka hareketleri üzerinde bulunan ülkelerde, plaka hareketlerinin bozucu etkilerinden biri de ülke jeodezik ağları üzerinde gerçekleşmektedir. Bozucu etkilerin bir sonucu olarak ülke jeodezik ağları homojen karakteristiklerini kaybetmekte, özellikle aktif fay hatlarının etrafında uyuşumsuzluklar artmaktadır. Hatta bu fay hatları, ağ üzerinde ayırıcı sınırlar oluşturmakta, plaka hareketinin doğrultusuna göre fay hattının iki yanı birbirinden kopuk hale gelmektedir. Yerkabuğu hareketlerinin izlenmesi amacıyla kurulan deformasyon ağları da, aynı zamanda ülke jeodezik ağlarının bir bölümünü oluşturan Jeodezik-Jeodinamik yapıda bölgesel ağlar niteliğindedir. Jeodezik ağ noktalarında ortaya çıkan olası bozulmalar, ağ noktalarının jeodinamik yöntemlerle güncelleştirilmesini ve referans elipsoidinin de belli zaman dilimlerinde iyileştirilmesini gerektirmektedir. Sonuç olarak gerek ülke ağları gerekse deformasyon amaçlı ağların dayandığı referans elipsoidinin, yer yuvarının fiziksel şekli olan Jeoidi yeterli doğrulukta temsil etmesi gerekmektedir.

Jeoit yerine kullanılabilen en uygun geometrik şekil dönel bir elipsoittir. Bu elipsoidin merkezi yeryuvarının ağırlık merkeziyle ortak, yöneltme ekseniyle yöndeş; her iki yüzeyin olabildiğince aynı büyüklükte ve yüzeyler arasındaki sapmaların olabildiğince az olması amaçlanır. Bu amaçla gerçekleştirilen astronomik gözlemler, gravite ölçüleri ve yersel ölçülerin yanı sıra uydu bazlı tüm modern ölçmelerin amacı referans elipsoidinin iyileştirilmesi bir başka deyişle daha iyi bir Jeoit modelinin belirlenmesi anlamına gelmektedir.

Jeoit'in gerçeğe en yakın şekli ile belirlenmesi jeoit üzerine yapılacak tüm araştırmaların anlamlı olması için öncelikli koşuldur. Bu çalışmada yüzeyin en gerçekçi biçimde modellenmesi arayışlarına sonlu elemanlar ile yaklaşımlar ortaya koyulmakta ve bu doğrultuda değerlendirmeler yürütmek üzerine yoğunlaşılmaktadır.

Uygulama olarak, bölgesel bir ağdan elde edilen yükseklik bileşenleri yardımıyla Sonlu Elemanlar yöntemi kullanılarak yerel bir Jeoit modellenmekte ve bu jeoit modeli diğer yöntemlerden elde edilen jeoit modelleriyle karşılaştırılarak sonuçlar irdelenmektedir. Sonlu elemanlar yaklaşımı çerçevesinde uygulanan iki ayrı modelden birinci modelde, bindirme bölgeleri olmaksızın fermuar işlevine sahip koşullar yardımıyla sürekliliği sağlanmış fonksiyonlar belirlenmekte, ikincisinde ise üçgen elemanlar kullanılarak enterpolasyon gerçekleştirilmektedir.

Bununla birlikte çalışmanın devamında farklı zamanlarda yapılmış gözlemlerin sonlu elemanlar yaklaşımıyla değerlendirilmesi ile yer kabuğu hareketlerinde gözlenen rasgele, düzenli ve süreksiz değişimlerin nedenleri hakkında öncül bilgilere ulaşılması hedeflenmektedir. Bu öncül bilgilerden yola çıkılarak fay hareketlerinin yer yüzeyindeki geometrik izdüşümlerinin sayısal arazi modelleri ile kestirilebilmesi olanaklı kılınabilir.

SONLU ELEMANLAR İLE JEOİT BELİRLEME

Sonlu elemanlar yöntemi, sürekli ortamların "sonlu elemanlar" adı verilen birim parçalarına ayrılarak temsil edilmesi düşüncesine dayanır. Karmaşık ve içerisinde farklı karakteristikte öğeler barındıran bir yapının tek bir ifade ile temsil edilmesi yerine, bütünü oluşturan öğelerin, genel bütünlüğü koruyacak şekilde ifade edilmeleri sonlu elemanlar yönteminin mantıksal yaklaşımıdır.

Sonlu elemanlar yaklaşımının kullanıldığı bu uygulama Türkiye'de fay hareketliliğinin belli ölçüde etkilediği bir metropoliten alan olan İstanbul'da yürütülmüştür. Uygulamada sonlu elemanlar yaklaşımını temel alan iki ayrı yöntem kullanılmıştır. Bunlardan ilkinde; proje alanlarının çözüm bölgelerine ayrılması ve her çözüm bölgesi için parça parça tanımlı deneme fonksiyonlarının belirlenmesi yer almaktadır. Deneme fonksiyonları tüm proje alanı boyunca süreklidirler ve tüm alanın tek bir fonksiyonla ifade edilmesine göre daha iyi sonuçlar verirler. Süreklilik, çözüm bölgeleri arasında tanımlanır ve C_0, C_1, C_2 süreklilikleri matematik modelin içinde değerlendirilerek çözüme yansıtılır. Ayrıca, komşu alanlarda gelecek zamanlarda yapılacak çalışmalar için sürekliliğin de sağlanabileceği ayrı bir model geliştirilmiştir.

Sonlu elemanlar yaklaşımına dayalı ikinci bir yöntem olarak, sürekli üçgen elemanlar ile enterpolasyon yöntemi kullanılmıştır. Burada da çözüm bölgelerindeki dayanak noktaları üçgen elemanlar biçimine dönüştürülür, üçgen elemanlar süreklilik ilkelerine göre oluşturulur ve her üçgen içinde ayrı bir üçgen koordinat sistemi tanımlanır. Deneme fonksiyonunun üçgenin köşe noktalarındaki fonksiyon ve türev değerleri kullanılarak üçgen koordinat sisteminde üçgen içi enterpolasyon yapacak bir fonksiyona ulaşılır. Bu fonksiyon ile dayanak noktalarına düzeltme getirilmeden (bire bir uyum yapılarak) bir noktanın dönüşüm değeri hesaplanır.

Parça-Tanımlı Deneme Fonksiyonları

Parça tanımlı (piecewise) deneme fonksiyonları ayrı ayrı ifadelere sahip ancak sürekli birden fazla fonksiyonun oluşturduğu yapı olarak tanımlanabilir. Yöntemde, uygulama alanı tek bir bölge olarak alınmak yerine "çözüm bölgelerine" ayrılır ve her çözüm bölgesi için bir deneme fonksiyonu belirlenir. Böylece çözüm bölgesi sayısı kadar fonksiyon elde edilir. Bu fonksiyonlar bilinmeyen parametrenin kestirilmesi için kurulan iki değişkenli (bivaryant) polinomlardır ve genel ifadeleri;

$$F(x_i, y_i) = \sum_{j=0}^{n}\sum_{k=0}^{n-j} p_{jk} x^j y^k \quad , \qquad \text{n: polinomun derecesi} \tag{1}$$

şeklindedir.

Deneme fonksiyonlarının sürekliliğinin sağlanması için "süreklilik koşulları" denilen analitik denklemlerin türetilerek çözüm modeline eklenir. Süreklilik koşulları çözüm bölgelerini birleştiren ortak sınır üzerinde hesaplanan analitik bağıntılardır. Bu koşullar ile, çözüm bölgelerindeki bindirmelerin ve süreksizliklerin önüne geçilerek sürekli yapıdaki deneme fonksiyonları elde edilir.

Süreklilik koşulları komşu iki bölgedeki fonksiyonların ortak sınır üzerindeki aynı fonksiyon değerlerine, aynı eğimlere ve aynı eğriliklere sahip olması varsayımlarına dayanır. Bu varsayımların gerçekleştirilme sırasına göre C_0, , C_1, C_2 süreklilikleri biçiminde isimlendirilir.

Komşu iki deneme fonksiyonu $F^a(P^a)$ ve $F^b(p^b)$ olsun. Ortak sınır t parametresi ile normlandırılarak, ortak hat üzerinde aynı fonksiyon değerlerine sahip olmaları koşulu için;

$$\sum_{j=0}^{n}\sum_{k=0}^{n-j} dp_{jk}^{a,b}(x_u + t\,dx)^j (y_u + t\,dy)^k \equiv 0 \tag{2}$$

$$dp_{jk}^{a,b} = p_{jk}^{a} - p_{jk}^{b} \quad , \quad dx = x_u - x_v \quad , \quad dy = y_u - y_v$$

denkliği yazılır. (2) denkliğinin çözümüyle $(n+1)$ adet C_0 koşul denklemi bulunur.

Aynı eğimlere sahip olmaları için kısmi türevlerin denkliği üzerinden yola çıkılarak (3) denklikleri yazılır.

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=0}^{n-j} j\; dp_{jk}^{a,b}(x_u + t\,dx)^{j-1} (y_u + t\,dy)^k \equiv 0 \tag{3a}$$

$$\sum_{j=0}^{n}\sum_{k=1}^{n-j} k\; dp_{jk}^{a,b}(x_u + t\,dx)^{j} (y_u + t\,dy)^{k-1} \equiv 0 \tag{3b}$$

(3) denkliklerinin çözümünden $(2n)$ adet C_1 eşitliği çıkarılır.

Son olarak aynı eğrilikler için 2.derece kısmi türevler denklenerek;

$$\sum_{j=2}^{n}\sum_{k=0}^{n-j} j\ (j-1)\ dp_{jk}^{a,b}(x_u + t\ dx)^{j-2}(y_u + t\, dy)^{k} \equiv 0 \tag{4a}$$

$$\sum_{j=0}^{n}\sum_{k=2}^{n-j} k\ (k-1)\ dp_{jk}^{a,b}(x_u + t\ dx)^{j}(y_u + t\, dy)^{k-2} \equiv 0 \tag{4b}$$

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n-j} j\ k\ \ dp_{jk}^{a,b}(x_u + t\ dx)^{j-1}(y_u + t\, dy)^{k-1} \equiv 0 \tag{4c}$$

yazılır ve $(3n-3)$ adet C_2 eşitliği elde edilir. (Dinter vd, 1997)

Süreklilik koşullarının model içinde değerlendirilmesinde bilinmeyenleri arasında koşul denklemleri bulunan dolaylı ölçüler dengelemesi (Standart Problem IV) kullanılmıştır. Süreklilik koşulları model içinde koşul denklemi olarak yazılmaktadır. Koşullu ölçüler dengelemesinin bilinen gösterim ile genişletilmiş normal denklemler;

$$\begin{aligned} &\underline{A}^T \underline{P}\underline{A}\underline{x} + \underline{B}^T \underline{k} - \underline{A}^T \underline{P}\underline{l} = 0 \\ &\underline{B}\underline{x} + \underline{w} = 0 \end{aligned} \tag{5}$$

elde edilir (Öztürk ve Şerbetçi, 1992).

Koşul denklemlerinin normal denklemlere eklenmesi de çözüm bölgelerinin yapı matrisindeki konumlarına göre yapılır. Ardışık çözüm bölgeleri için yazılan komşuluk ilişkileri konumuna bağlı olarak modele konulur.

$$\underline{N} = \begin{bmatrix} \underline{N1} & \underline{0} & \underline{0} & \underline{k1} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{N2} & \underline{0} & \underline{k1} & \underline{k2} \\ \underline{0} & \underline{0} & \underline{N3} & \underline{0} & \underline{k2} \\ \underline{k1} & \underline{k1} & \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{k2} & \underline{k2} & \underline{0} & \underline{0} \end{bmatrix} \tag{6}$$

$u = \frac{(n+1)\cdot(n+2)}{2}$ olmak üzere, $\underline{N1}$, $\underline{N2}$, $\underline{N3}$ (uxu), boyutlarındadır. $\underline{k1}$, $\underline{k2}$ 'nin boyutları ise koşul sayısına bağlıdır.

Genişletilmiş normal denklemlerin üç çözüm bölgesi ve iki koşul denklemi grubu için yukarıdaki gibi oluşturulmasının ardından,

$\Omega = \underline{v}^T \underline{P}\underline{v} + 2\underline{k}^T(\underline{B}\underline{x} + \underline{w}) \Rightarrow \min$ .Amaç fonksiyonunu sağlayan (7)

$\underline{k} = \left\{\underline{B}(\underline{N})^{-1}\underline{B}^T\right\}^{-1} \cdot \left\{\underline{B}\underline{N}^{-1}\underline{A}^T \underline{P}\ \underline{l} - \underline{B}^T\ \underline{k}\right\}$:Korelatlar (8)

$\underline{x} = \underline{N}^{-1} \cdot (\underline{A}^T \underline{P}\ \underline{l} - \underline{B}^T\ \underline{k})$: Dengeleme Bilinmeyenleri (Parametreler) (9)

ile çözüme gidilir. Çözümden elde edilen parametreler parçalı tanımlı deneme fonksiyonunun polinom katsayılarını verir.

Üçgen Elemanlarla Enterpolasyon

Üçgen elemanlarla enterpolasyon yöntemi, veri noktalarının üçgenlenerek üçgen elemanlar haline getirilmesi ve her bir üçgen eleman için yeni bir fonksiyon belirlenmesi üzerine kuruludur. Bu fonksiyon beşinci dereceden iki değişkenli bir polinomdur. Üçgen içi enterpolasyon fonksiyonunun belirlenebilmesi için trend fonksiyonu denilen bölgesel bir yardımcı fonksiyona gereksinim vardır. Bu çalışmada trend fonksiyonları olarak, parçalı tanımlı deneme fonksiyonları kullanılmıştır.

Yöntemin matematik modeli aşağıdaki üç varsayıma dayanmaktadır;

1. Üçgen içi enterpolasyon fonksiyonu 5. dereceden bir polinom fonksiyon seçilir.

$$G(u,v) = \sum_{j=0}^{5} \sum_{k=0}^{5-j} p_{jk} \; u^j v^k \qquad (10)$$

2. Üçgenin üç köşe noktasında trend fonksiyonunun fonksiyon değeri ile 1. türevinin değeri ve 2. türevinin değeri kullanılarak toplam 18 denklem yazılabilir.
3. Üçgenin üç kenarında komşu üçgenlerle C_2 sürekliliğine sahip geçişler için de 3 denklem yazılır. (Akima, 1975,1978)

(10) ifadesindeki 21 katsayıya sahip enterpolasyonu için 21 denklem vardır ve denklemlerin çözülmesiyle (10) fonksiyonu hesaplanabilir. (Preuβer, 1984)

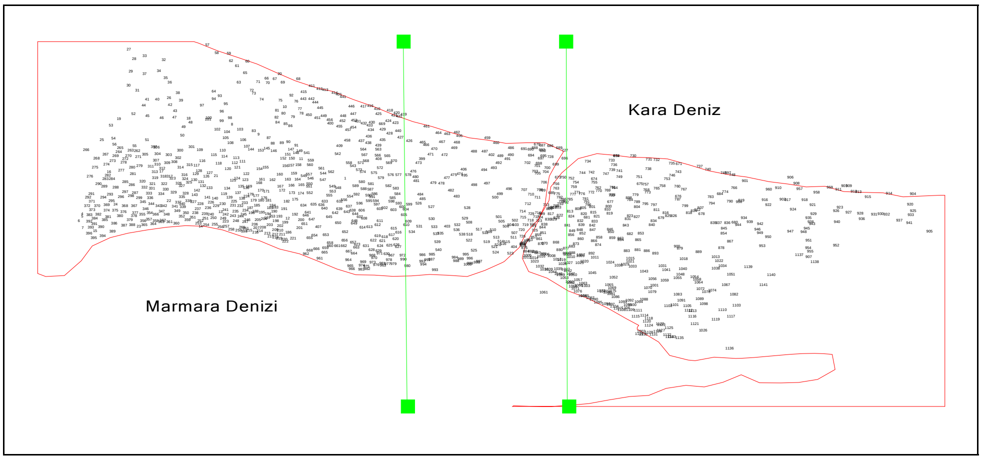
UYGULAMA VE SONUÇLAR

Sonlu elemanlar ile jeoit belirlemeye dönük bir uygulama Türkiye'de fay hareketliliğinin belli ölçülerde etkilediği bir metropoliten alanda yürütülmüştür. İstanbul Büyükşehir Belediyesi Metropoliten GPS Nirengi Ağı (İGNA) 2006 yılı çalışmaları kapsamında elde edilmiş 1141 dayanak noktası sayısal uygulama modeli olarak seçilmiştir. 1141 noktada Helmert ortometrik yükseklikleri ve elipsoidal yükseklikler bilinmekte olup, jeoit belirlemek için yeterli sıklıkta dayanak noktası bulunmaktadır.

Bilindiği gibi jeoit ondülasyonu (N) için; $N = H_{ortometrik} - h_{elipsoit}$ eşitliği geçerlidir. Ölçü olarak Jeoit dalgalanmalarını (ondülasyonlarını) temsil eden ortometrik ve elipsoidal yükseklik farkları $F(N) = H_{ortometrik} - h_{elipsoit}$ kullanılmıştır.

Uygulama alanının çözüm bölgelerine ayrılmasının nedeni, pek çok durumda karşımıza çıkan bir sorun olarak, farklı kümelere ait veri gruplarının tek bir modelde değerlendirilmesinin zorluğudur. Özellikle fay hareketliliğinin konuma bağlı olarak ortaya çıkardığı farklı etkiler, alanlar büyüdükçe tek modelde başarı sağlama şansını azaltmaktadır. Bu durumda da; çalışma bölgesini uygun şekilde çözüm bölgelerine ayırmak, ancak sürekliliğin sağlanması halinde bir başarılı bir çözüm olarak kabul edilebilir.

Buradan hareketle, uygulama için veri noktalarının yayıldığı alan üç ayrı parça halinde ele alınmıştır (Şekil 1). Bu ayırmada amaç sonlu elemanların ardışık bölgelerde sürekli çözümler üretebilmesini irdelemek, bunun yanı sıra da özellikle fay hatları üzerinde daha verimli olarak kullanılabilecek algoritmaları denemek şeklinde açıklanabilir.

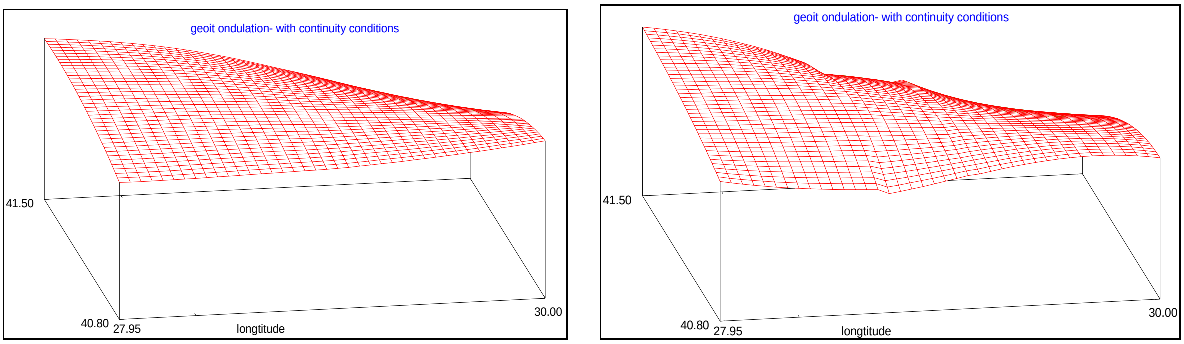


Şekil 1. Çözüm Bölgeleri ve Dayanak Noktaları

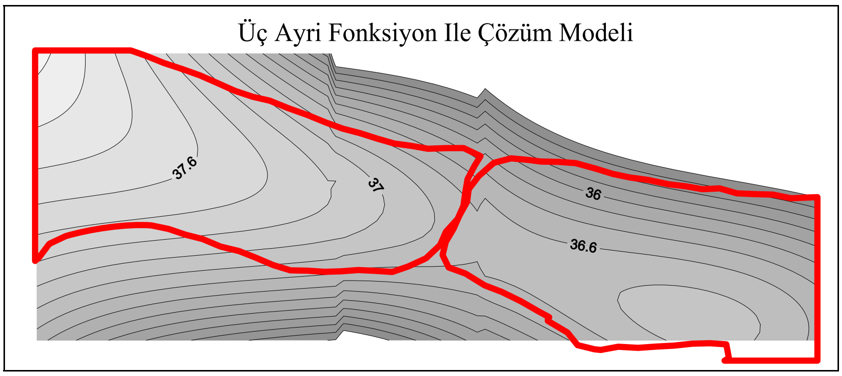
Üç çözüm bölgesine ayrılan sayısal uygulama alanında jeoit, sonlu elemanlar ve üçgen enterpolasyonu yöntemleriyle ayrı ayrı belirlenmiş, ayrıca karşılaştırmaya olanak sağlanması için En Küçük Kareler (EKK) ile kestirilmiş polinom fonksiyonlardan elde edilen bir jeoit modeli de kullanılmıştır.

Karşılaştırma amaçlı olarak kullanılan modelde üç çözüm bölgesi için üç fonksiyon bulunmaktadır. Bu şekilde, üç ayrı fonksiyonun oluşturduğu süreksiz yapı ile sonlu elemanlar çözümlerindeki süreklilik sergilenmeye çalışılmıştır.

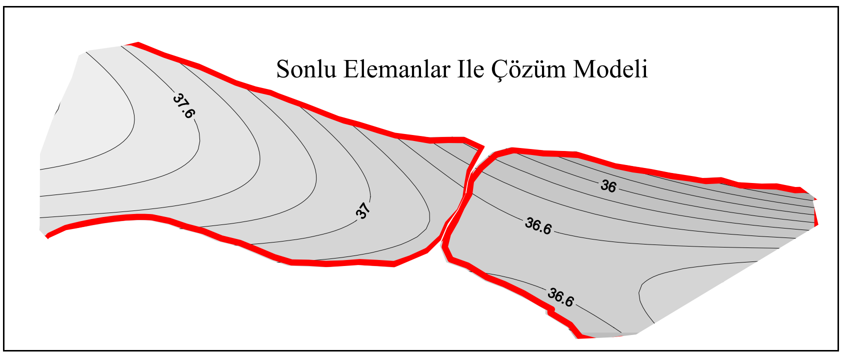
Yüzey modellerinin çizdirilmesinde *gnuplot 4.1* ve *Surfer 8* yazılımlarından yararlanılmıştır.



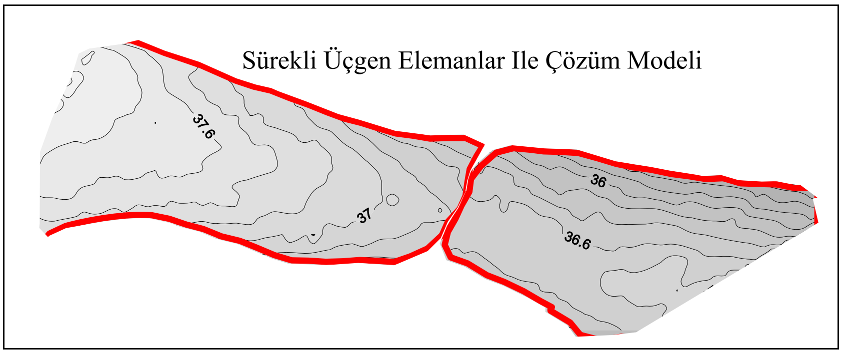
Şekil 2. Jeoit belirlemede sonlu elemanlar çözümü ve normal çözüm



Şekil 3. Ayrı yüzeyler geçirme İle jeoit modeli



Şekil 4. Sonlu elemanlar çözümü ile jeoit modeli



Şekil 5. Üçgen enterpolasyonu ile jeoit modeli

Uygulamanın sayısal büyüklükler ile değerlendirilmesine olanak sağlamak amacıyla her defasında 1 dayanak noktası modelden çıkarılarak test noktası olarak kullanılmış işlem tüm dayanak noktaları için 1141 kez tekrarlanmıştır. Böylece gerçek hatalar ($f = N_{gerçek} - N_{model}$) hesaplanmıştır.

Bu hatalara ilişkin istatistiksel büyüklükler Tablo 1. de görülmektedir.

Tablo 1. Gerçek Hatalar

Çözüm Tipi	Dayanak Noktası Sayısı	Maksimum Hata (cm)	Orta Değer (Mean) (cm)	Standart Sapma (cm)
Süreksiz Çözüm	1141	-16.06	-0.01	± 4.30
Sonlu Elemanlar Çözümü	1141	-146.40	0.07	± 8.33
Üçgen Elemanlar Enterpolasyonu	1130	13.09	0.13	± 2.53

Şekil 2.'de sonlu elemanlar çözümünün sürekliliğe yaptığı katkı açıkça görülmektedir. Üç bölgede üç ayrı fonksiyonla yapılan çözümlerdeki süreksizlikler Şekil 2.'de ve Şekil 3.'te izlenebilmektedir. Şekil 4. ve Şekil 5.'te ise sonlu elemanlar çözümlerine ilişkin eş ondülasyon eğrileri çizdirilmiştir. Üçgen enterpolasyonu çözümünde parçalı tanımlı fonksiyonlarla yapılan çözüme oranla; ondülasyon eğrilerinin daha değişken bir yapıda oldukları izlenmektedir (Şekil 5.). Burada üçgen enterpolasyonu yaklaşımının, çözüm sonuçlarını olabildiğince dayanak noktalarına yaklaştırma çabası açıkça görülmektedir.

Tablo 1'deki sayısal uygulama sonuçları göz önüne alınırsa; sürekli üçgen elemanlar ile enterpolasyon çözümünde dayanak noktalarına iyi bir uyumun sağlandığı söylenebilir (m_0=± 2.53 cm.). Üçgen enterpolasyon fonksiyonlarının, çözüm sonuçlarını çevredeki dayanak noktalarına yakın tutma çabası hata miktarını alt düzeyde tutmaktadır. Parça tanımlı deneme fonksiyonlarının ancak süreklilikler de göz önüne alındığında başarılı trend fonksiyonları oldukları söylenebilir.

Tablo 1'den parça tanımlı deneme fonksiyonu çözümünde bir noktada 146 cm.'lik bir gerçek hatanın oluştuğu görülmektedir. Bu oldukça yüksek bir hata değeri olmakla birlikte, çözümün geneline ilişkin bir başarısızlığı işaret etmez. Bu çözümde sadece 10 dayanak noktasında hesaplanan değerle gerçek değer arasındaki fark gerçek hatası 10 cm.'nin üzerine çıkmaktadır. Nitekim çözümün standart sapması m_0=± 8.33 cm dir.

Bu uygulama birden fazla çözüm bölgesi kullanma ihtiyacının daha üst düzeye çıktığı alanlarda dolaysıyla da özellikle yer kabuğu hareketliliğinin yoğunlaştığı fay hattı çevrelerinde daha anlam kazanacaktır. Trend fonksiyonları ile sinyal ve gürültü analizlerinin de değerlendirilmeye katılmasıyla birlikte, fay hattı bölgelerinin geometrik ve jeodezik yorumlarında sonlu elemanlar yöntemi bir seçenek olarak kullanılmalıdır. Böylece, bölgesel amaçlı da olsa; daha duyarlı olarak modellenebilen Jeoitler yardımıyla, yerkabuğu hareketlerindeki değişimlere ilişkin öncül bilgiler daha güvenilir olarak üretilebilecektir. Sonuç olarak; sonlu elemanlar yöntemiyle ulaşılan sonuçların, matematik-istatistik tahmin modelleriyle desteklenerek, inşaat ve yer bilimi uzmanlarının fiziksel ve teknik yorumları ile bütünleştirilmesi gerekmektedir.

KAYNAKLAR

AKİMA H.: A method of bivariate interpolation and smooth surface fitting for irregularly distrubuted data points, **Acm Trans. Math. Software**, 4, 2, 148-159, 1978

ÇEPNİ M S.: Jeodezik dönüşümlerde sürekliliğin irdelenmesi, Doktora Tezi, İTÜ, 2004

DINTER G. İLLNER M. ve JAGER R.: A synergetic approach for the transformation of elipsoidal heights into a standart height reference system, **Reports of The EUREF Technical Working Group**, München, 1996

ÖZTÜRK E. ve ŞERBETÇİ M.: **Dengeleme Hesabı III**, K.T.Ü Yayınları, Trabzon, 1992.

PREUβER U A.: Bivariate interpolation über dreickselementen durch polynome 5. ordung mit C1- kontinuität, **Zfv,** 6, 292-301, 1984

ZIENKIEWICZ O C. ve MORGAN K.: **Finite Elements And Approximation**, A Wiley–Interscience Publication, New York, 1983

İGNA RAPOR, İTÜ Jeodezi Anabilim Dalı, İstanbul, 2006