

LOKAL JEOİT MODELLEMEDE ÇİFT AŞAMALI YARI DİNAMİK POLİNOMSAK YÜZEY UYDURMA

DOUBLE STAGE SEMI DYNAMIC POLYNOMIAL SURFACE FITTING FOR MODELLING THE LOCAL GEOID

KURT, O., ARSLAN, O., KONAK, H.

Posta Adresi: KOÜ Vezirođlu Yerleşkesi Müh. Fak. Jeodezi ve Fotog.Müh. Böl., İzmit.

E-posta: okurt@kou.edu.tr , oarслан@kou.edu.tr , hkonak@kou.edu.tr

Anahtar Kelimeler: Lokal Jeoit Belirleme, GPS Nivelmanı, Polinomsal Fonksiyonlar, Yükseklik Dönüşümü.

ÖZ Ortometrik yükseklikleri bilinen noktalarda yapılan GPS (Global Positioning System) gözlemlerinden yararlanarak elde edilen Lokal Jeoit yardımı ile yalnızca GPS ile elde edilen elipsoit yüksekliklerinin ortometrik yüksekliklere dönüştürülmesine GPS nivelmanı denir. GPS nivelmanı ile gerçekleştirilen yükseklik dönüşümü işlemleri için polinomsal dönüşümler yaygın olarak kullanılmaktadır. Bazı durumlarda, en iyi uyumlu olarak belirlenen polinomsal yükseklik dönüşüm fonksiyonu, yüzeyi (lokal jeoit) tek başına yeterince temsil etmez. Böyle durumlar için bazı çalışmalar polinomsal yüzey sonuçlarını iyileştirmek için düzeltme terimi kullanır. Bu çalışmada, iki aşamalı basit polinomsal fonksiyondan oluşan ve ikinci aşaması noktadan noktaya değişen dinamik polinomsal yüzey olan yeni bir polinomsal tabanlı yüzey uydurma önerilmiştir. Bu yöntem, jeoit modellemede "Çift Aşamalı Yarı Dinamik Yüzey Uydurma" olarak isimlendirilmiştir. Yeni yöntemin doğruluğu EGM96 (Earth Geopotential Model 1996) yararlanılarak simülasyon ile üretilen jeoit üzerinde, geleneksel olarak kullanılan polinomsal yükseklik dönüşümü ve düzeltme terimi içeren polinomsal yükseklik dönüşümü ile karşılaştırılarak değerlendirilmiştir. Önerilen yöntemin, yeni EGM96 noktalarının ortometrik yüksekliklerini kestirmede oldukça etkin olduğu gösterilmiştir.

ABSTRACT *The GPS/leveling is defined as obtaining orthometric heights at common points those only ellipsoidal heights are known using the estimated local geoid. The local geoid is determined by evaluating GPS observations at the control points, orthometric heights are known. Polynomial height transformation (surface fitting) is widely used in height transformation performed with GPS/leveling. In some situations, the best fitted polynomial height transformation function could not represent the surface enough. A correction term is used for improving the height transformation results for such cases. In this study, we propose a new polynomial surface fitting model using two stage simple polynomial surface functions in which the second stage is dynamic surface function by changing point to point investigated on interpolation points of the surface field. And the model is called as "Double Stage Semi Dynamic Polynomial Surface Fitting" for modeling the geoid. Accuracy of the new method is evaluated on simulated geoid of EGM96 by comparing conventional polynomial surface fitting and its included correcting term. It is shown that the method is very efficient to estimate the orthometric heights of new EGM96 points.*

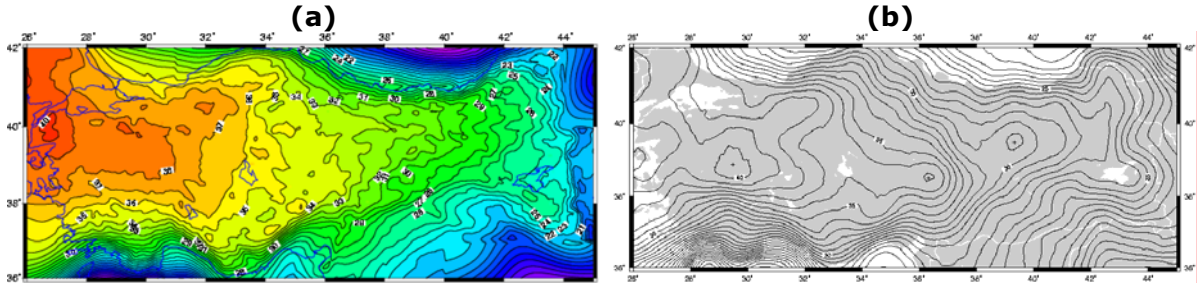
GİRİŞ

Uygulamalı bilimlerin bir çoğunda toplanan veriler ile aranan bilinmeyenler (parametreler) arasındaki kesin ilişki bilinmeyebilir. Böyle durumlarda, bazı kabuller öngörülerek veri türüne göre kesin ilişkilerin belirli oranda tanımlanabildiği, bilinen fonksiyonlar (sözelimi doğru, daire, elips, doğrusal yüzey, ikinci derece yüzey ...vb.) kullanılır ve bu

fonksiyonlardaki bilinmeyen parametreler hesaplanır. Verilerin yapısına uygun bir fonksiyonun öngörülemediği durumlarda, genel ifadesi sistematik olarak kolayca oluşturulabilen ve veri kümesinin duyarlılığını yeterince yansıtan uygun bir Polinomsal Fonksiyon bulunabilmektedir. Öngörülen en uygun Polinomsal Fonksiyonun veri kümesini yeterince temsil etmediği durumlarda ise, kestirilecek olan noktaya en yakın belli sayıdaki (sözgelimi 4,5,...) dayanak noktalarından yararlanılarak Polinomsal Fonksiyona bir düzeltme terimi eklenmektedir. Böyle bir çözüm yöntemi geniş alanları kapsayan çalışmalarda Polinomsal Fonksiyonun derecesinin artmasına neden olmaktadır. Bu çalışmada, derecesi düşük polinomsal fonksiyonların yüksek dereceli Polinomsal Fonksiyonların yerine kullanılabilmesi gösterilmiştir. Bu yeni yöntem, lokal (kent, bölge yada ülke) ölçekte Jeoit belirlemede kullanılmış ve polinomsal yüzey kullanımına yeni bir bakış açısı getirilmiştir. Bu yeni yaklaşım "Çift Aşamalı Yarı Dinamik Polinomsal Yüzey Uydurma (Double Stage Semi Dynamic Surface Fitting)" olarak adlandırılmıştır. Bu yöntemin etkinliği EGM96 (Earth Gravitational Model 1996) jeoidine göre türetilen yapay ülke verilerinin üzerinde, uygulamada yaygın olarak kullanılan Polinomsal Yüzey Belirleme ile karşılaştırmalı olarak gösterilmiştir.

TEORİ

Lokal jeoit temsil eden jeoit yüksekliklerinin fonksiyonu $N=h-H=f(L,B)$ enleme (B) ve boylama (L) bağlı bir yüzey fonksiyonudur. Kesin yapısı tam olarak bilinmeyen bu fonksiyona polinomsal yüzey fonksiyonu uydurulur. Kullanılan polinomsal yüzey, bazen sadece ilk yaklaşık yüzeyi (trend yüzeyi) yada bütün yüzey fonksiyonunu temsil etmektedir (Ollikainen, 1997; Yanalak vd., 2001; Yıldırım, 2001; Kılıçoğlu, 2002; Kurt vd., 2007). Bir ülkeyi (sözgelimi Türkiye) kapsayan lokal jeoidin en iyi uyumlu tek bir yüzey ile temsil edilmediği ve düzeltme terimi yardımı ile beklenen duyarlılığa yaklaştığı gösterilmiştir (Kurt vd. 2007). Bu çalışmada, aynı alan (Türkiye) için biri sabit olan ve ikincisi kestirilecek noktaya göre değişen iki adet ikinci derece polinomsal yüzey ile temsil edilebileceği gösterilmiştir. Yöntemin etkinliği; çalışılan alana dağılmış 10 derece dakika aralıklı grid köşe noktalarındaki kestirim sonuçlarıyla, EGM96 jeoit farklarının karşılaştırılması ile gerçekleştirilmiştir.



Şekil-1. (a) Yeniden Düzenlenmiş TG-99A (Kılıçoğlu, 2002), **(b)** EGM96 Jeoitlerinin Karşılaştırılması [1],[2].

Simülasyonda kullanılan bilinen yükseklik modeli, WGS84'e göre Jeoit yüksekliği üreten EGM96 modelidir. Bu modelin Fortran77 versiyonuna [2] ve C versiyonuna [3] internet sitelerinden; küresel harmonik fonksiyonlara göre belirlenmiş katsayılarına ve bu yazılımın Windows versiyonuna yine aynı sitelerden ulaşılabilir. EGM96 Jeoidi ile ilgili ayrıntılı bilgiler [2],[3],[4],[5],[6] internet sitelerinde elde edilebilir. TG99A (Güncellenmiş Türkiye Jeoidi, 1999A) ile EGM96 arasındaki benzerlik Şekil-1 de görülmektedir (Şekil-1). Jeoitleri arasındaki farklar ve Türkiye'nin yüzölçümü göz önünde bulundurulduğunda; EGM96 Jeoidi ile üretilen bir Jeoit simülasyonunun, TG99A Jeoidiyle yeterince benzeştiğini ve yükseklik ile ilgili çalışmalarda yeterince güvenilir bilgiler üretilebileceğini yansıtmaktadır (Şekil-1).

Matematik model

Fonksiyonel Model: Jeoit yükseklikleri bilinen nokta sayısı (n), polinom yüzeyinin derecesi (m), polinom yüzeyinin derecesine bağlı bilinmeyen sayısı (u), Jeodezik koordinatlar ve ortometrik yükseklikler (L_i , B_i , h_i ve H_i), Jeoit yükseklikleri ($N_i=h_i-H_i$), yüzey modelinin katsayıları (a_{ij}), olmak üzere;

$$N_i = f_i(x_i, y_i) = \begin{cases} \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^m a_{jk} x_i^j y_i^k & m. \text{ derece yüzey} \\ \sum_{j=0}^m \sum_{k=0}^m a_{jk} x_i^j y_i^k & (m + 0.5). \text{ derece yüzey} \end{cases}$$

$$B_0 = \sum_{i=1}^n B_i / n \quad L_0 = \sum_{i=1}^n L_i / n \quad y_i = B_i - B_0 \quad x_i = L_i - L_0$$

$i=1,2,\dots,n \quad j,k=0,1,2,\dots,m$

şeklinde yazılır. Ulaşılan polinom yüzeyinin Öngörülen doğruluğa ulaşmadığı durumlarda polinom yüzeyi uygun sayıda seçilen en yakın dayanak noktalarından hesaplanan bir fonksiyon yardımıyla $\bar{r}(x, y)$ iyileştirilir (Öztürk ve Şerbetçi, 1992; Olikeinen, 1997).

$N = f(x, y) + \bar{r}(x, y)$ Genişletilmiş Fonksiyonel Model (Basit Kollokasyon Modeli)

$\bar{r}(x, y) = \frac{[pr]}{[p]}$ Rasgele Dağılımlı Sistemik Hatalar (Uyarı, Sinyal)

$p_j = \frac{1}{\sqrt{(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2}}$ Dayanak Noktalarının Ağırlıkları $\{ j=1,2,\dots,10,.. \}$

Bu eşitlikte tanımlanan m . derece yüzey modellerinde $j,k \leq m$ ve $j+k \leq m$ ilişkisi her zaman geçerlidir ve matematiksel bir anlamı vardır. Buna karşın aynı eşitlikte tanımlanan $(m+0.5)$. derece yüzey modelinde bu ilişki geçerli değildir ($j,k \leq m$ ve $j+k \leq 2m$). Okuyucu bu tanımlama biçimini sadece iki yüzeyi fonksiyonunu birbirinden ayırt edebilmek için dikkate almalıdır. Sözelimi aslında ikinci derece bir fonksiyon olan ve içinde birinci derece x yada y değişkeni içeren bi-lineer bir yüzey modeli; *1.5uncu* dereceden bir yüzey olarak tanımlanmaktadır (Kurt, vd. 2007).

Stokastik Model: Uygulamada elde edilen Jeoit yüksekliklerinin ağırlıklarının eşit olduğu ve bu yükseklikler arasında korelasyon olmadığı varsayımı yapılır. Böyle bir varsayımda ağırlık matrisi birim matris olur (Kurt, 2007). Bu çalışmada Jeoit yükseklikleri EGM96'ya göre simülasyonla üretildiğinden, ağırlıklar eşit ve korelasyonsuz olarak kabul edilmiştir.

Çift Aşamalı Yarı Dinamik Polinomsal Yüzey Modeli

Çift aşamalı yarı dinamik polinomsal yüzey modelinde çift aşamalı basit iki yüzey kullanılmaktadır. Birinci aşamada bütün kontrol noktalarını içeren bir yaklaşık yüzey (trend) kestirilir. daha sonra bu yaklaşık yüzeyin kontrol noktalarından olan farkları hesaplanır. İkinci aşamada ise yeni kestirilecek herhangi bir nokta için, yakın çevresine uygun dağılmış noktaların trend yüzeyinden olan farklarına ek bir yüzey uydurulur. İkinci aşamada kullanılan yüzeyin özelliği, her yeni nokta için yerel bozucu etkileri azaltabilmesi ve dinamik bir yapıya sahip olmasıdır.

$$N_i = f^{m_1}(x_i, y_i) \quad i=1,2,\dots,n \quad m_1=0,5,1.0,1.5,\dots \text{İlk Yaklaşık Yüzey}$$

$$N_j - f^{m_1}(x_j, y_j) = \bar{f}_r^{m_2}(x_j, y_j) \quad j=1,2,\dots,r(\geq u_{m_2}) \quad m_2=0,5,1.0,1.5,\dots \text{Dinamik Yüzey}$$

$$N = f^{m_1}(x, y) + \bar{f}_r^{m_2}(x, y) \quad \text{Çift Aşamalı Yarı Dinamik Polinomsal Yüzey Modeli}$$

Yeni noktaların Jeoit yüksekliklerinin kestirildiği bu son bağıntıdaki $\bar{f}_r^{m_2}(x, y)$, Basit Kollokasyon Modelindeki $\bar{f}(x, y)$ yerine önerilmektedir. Burada, m_1 ; yaklaşık yüzeyin derecesi, m_2 ; dinamik yüzeylerin derecesi, r ; dinamik yüzeylerde kestirilecek noktaya en yakın nokta sayısıdır.

Örnekler

Uygulama bölümünde simülasyonla türetilen veriler kullanılmıştır. Simülasyonla türetilen veriler, bir şehri (Kocaeli), bir bölgeyi (Marmara) ve bir ülkeyi (Türkiye) kapsayacak düzeyde olmak üzere tasarlanmıştır (Şekil-2a ve Tablo-1).

Tablo-1. Çalışma bölgesine göre öngörülen standart sapmalar (Kurt vd. 2007).

Bölge No:	Bölge	L [o]	B [o]	$\pm\sigma_h$ [cm]	$\pm\sigma_H$ [cm]	$\pm\sigma_N$ [cm]	Ortalama Veri Aralığı[km]	n
1	Kocaeli	29.25-30.50	40.50-41.20	2.0	0.5	2.5	~5.5 (3')	310
2	Marmara	26.00-31.00	39.50-42.00	3.0	1.0	3.5	~11.1 (6')	769
3	Türkiye	26.00-44.50	36.00-42.00	5.0	3.0	5.5	~18.5 (10')	2887

Tablo-1'de verilen sınırlar arasındaki çalışma bölgesini kapsayacak şekilde, rasgele dağılmış noktalar için EGM96 Jeoit yükseklikleri türetilmiştir. Türetilen bu Jeoit yüksekliklerinin, GPS Yükseklikleri ve ortometrik yüksekliklerden yararlanılarak elde edildiği varsayılmış ve bu Jeoit yüksekliklerine rasgele dağılımlı hatalar öngörülmüştür.

$$\varepsilon_h \mid \varepsilon_H \mid (\varepsilon_N = \varepsilon_h - \varepsilon_H) \sim N \left\{ 0.0 \mid 0.0 \mid 0.0, \pm\sigma_h \mid \pm\sigma_H \mid \left(\pm\sigma_N = \sqrt{\sigma_h^2 + \sigma_H^2} \right) \right\}$$

$$N = N_{EGM96} + \varepsilon_N \quad \text{Türetilen jeoit yükseklikleri}$$

Türetilen rasgele dağılımlı hataların karesel ortalamaları için öngörülen değerler Tablo-1'de sunulmaktadır (Tablo-1). Bu verilere en uygun yüzey araştırması yapılmış ve en uygun yüzeyin; Kocaeli için 5.derece, Marmara için 12. derece ve Türkiye için 16. derece olduğuna karar verilmiştir (Şekil-2b).

Bu çalışmada önerilen iki aşamalı polinomsal yüzey belirlemenin tek aşamalı polinomsal yüzeye eşdeğer sonuçlar üretebileceği gösterilecektir.

Simülasyonla üretilen çalışma alanlarına uygun yüzey kombinasyonunu belirlemek için, (Kurt vd., 2007)'de önerilen *En İyi Uyumlu Yüzey Araştırması* yöntemi ile benzeşen *En İyi Uyumlu Yüzey Çifti Araştırması* yapılarak gerçekleştirilmiştir. En iyi uyumlu yüzey çifti araştırması bölgelere göre gerçekleştirilmiş ve ulaşılan sonuçlar yüzey fonksiyonları şeklinde Şekil-3'de sunulmuştur (Şekil-3). Şekil-3'ün yatay düzlemlerinde 1.yüzey ilk yaklaşık yüzeyi belirlemede, 2. yüzey katsayıları kestirilecek noktaya göre değişen dinamik yüzeyi göstermektedir. Üçüncü eksen σ ise denenen yüzey kombinasyonları sonucu elde edilen karesel ortalama hatayı göstermektedir. Karesel ortalama hata hesaplanırken şu yol izlenmiştir: Her bir noktanın Jeoit yüksekliği her bir yüzey çifti belirlenirken tek tek dayanak noktalarından çıkarılmış, bu noktaya ait kestirim değeri ile

bilinen Jeoit yüksekliği arasındaki farkların karesel ortalama hatası hesaplanmıştır (şekil-3).

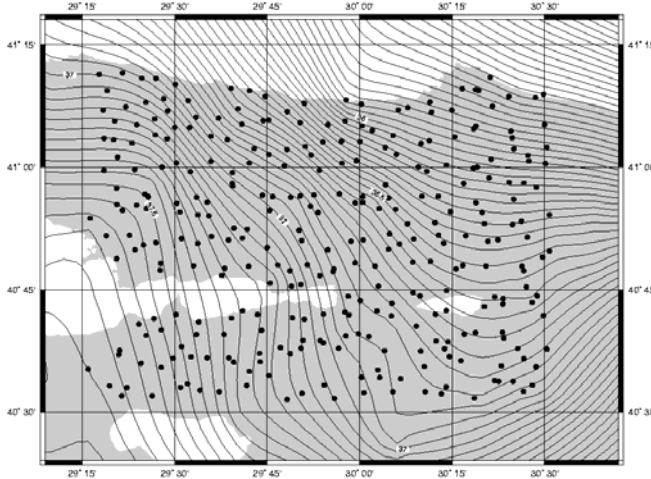
$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n \varepsilon_k \varepsilon_k}{n}}$$

En İyi uyumlu Yüzey Çifti Araştırma Ölçütü

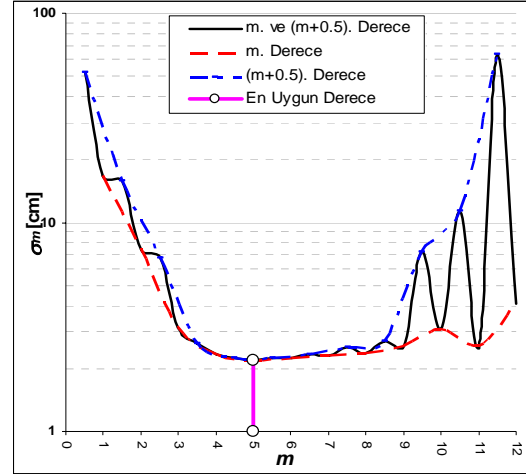
$$\varepsilon_k = N_k - \{f^{m1}(x, y) + \bar{f}_{10}^{m2}(x, y)\}_k$$

şekil-3 incelendiğinde her üç bölge için de, birinci polinomsal yüzeyin derecesinin önemli olmadığı, ikinci polinomsal yüzeyin derecesinin daha etkin olduğu görölmektedir.

KOCAELİ

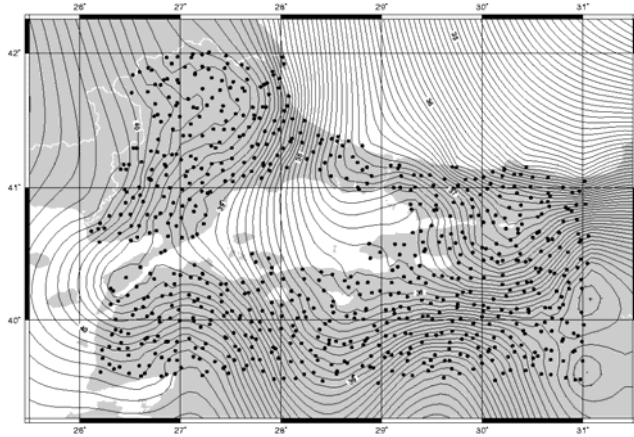


(a)

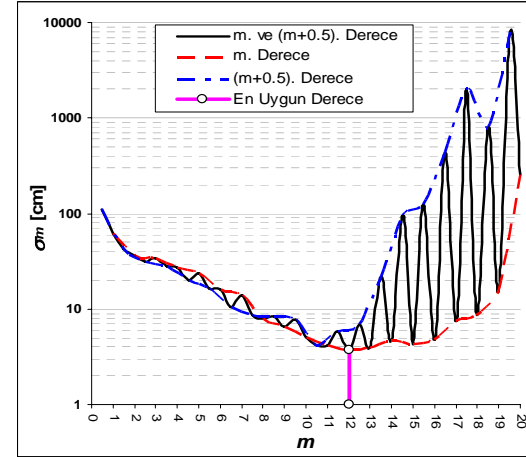


(b)

MARMARA

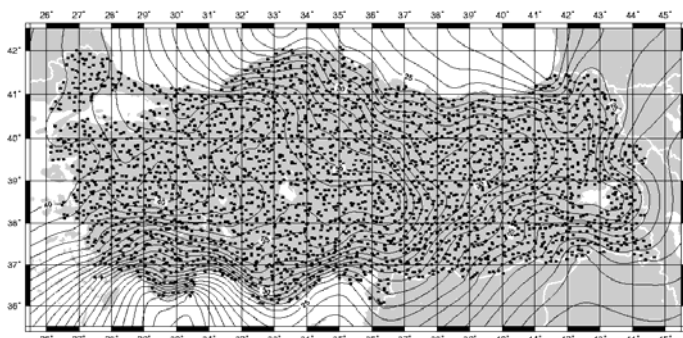


(a)

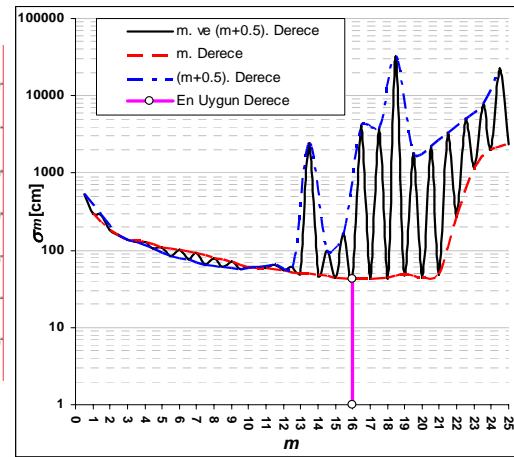


(b)

TÜRKİYE

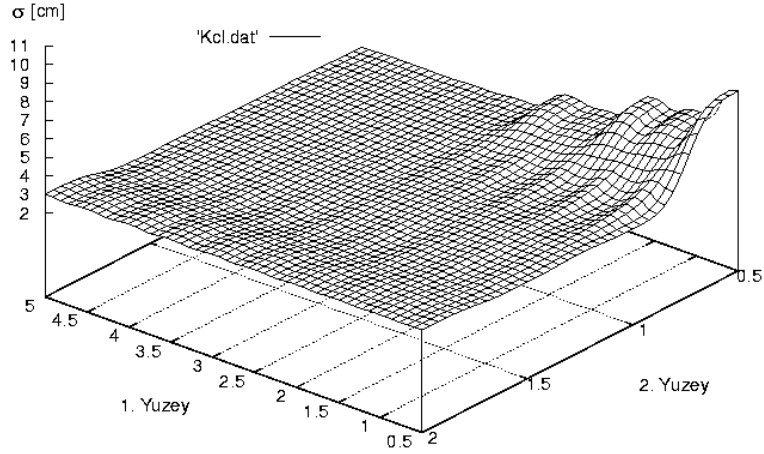


(a)

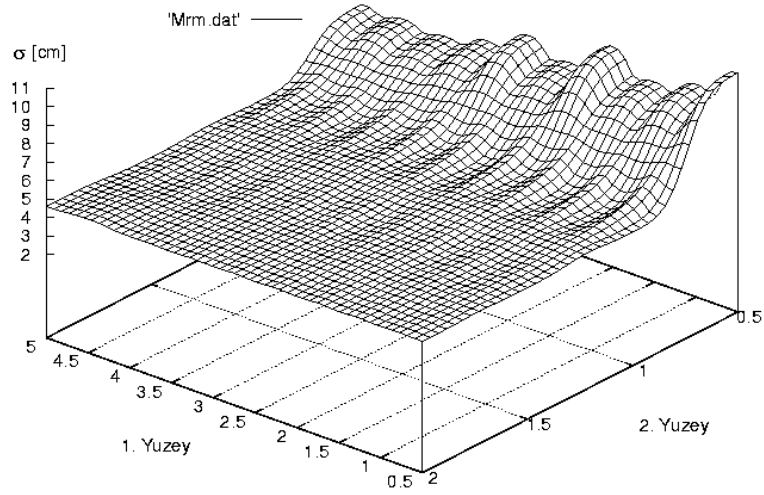


(b)

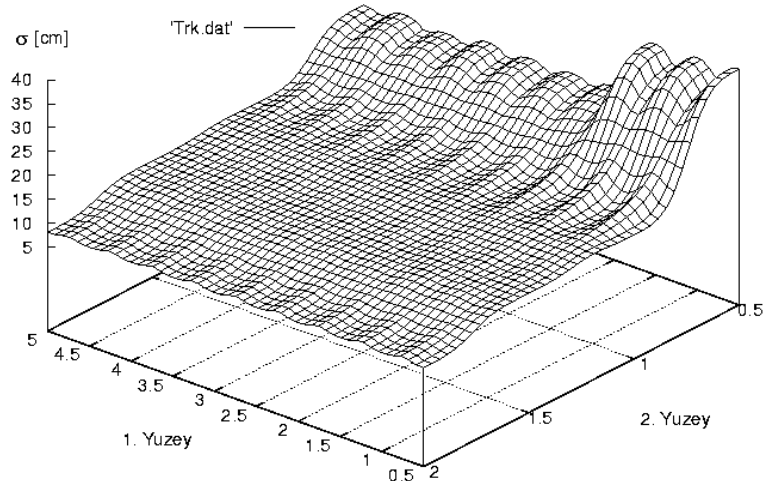
Şekil-2. (a) Bölgelere göre türetilen noktalarda EGM96 geoidi, **(b)** Bölgeler için en uygun yüzey araştırmaları (Kurt vd., 2007).



(a)



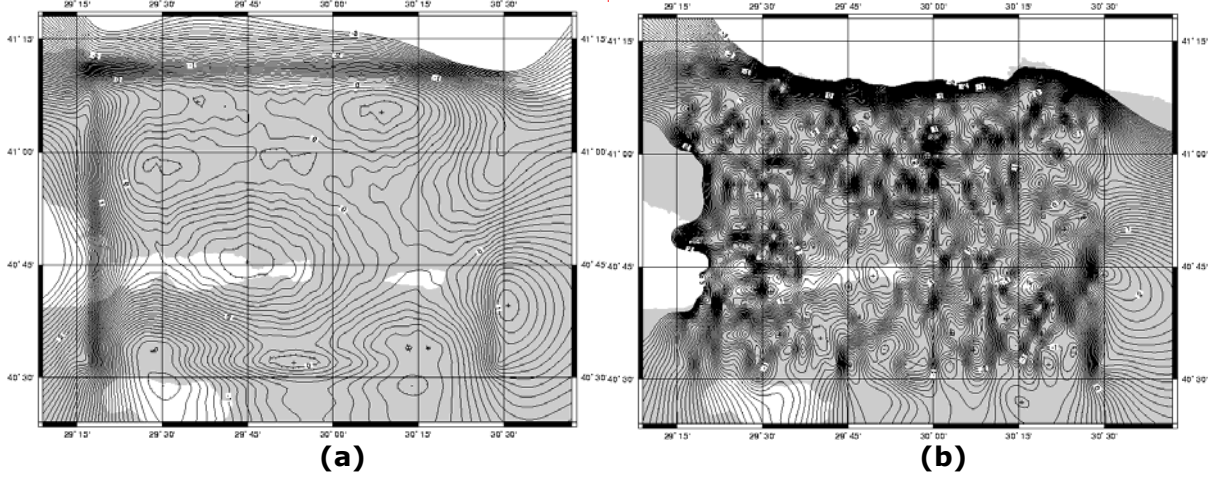
(b)



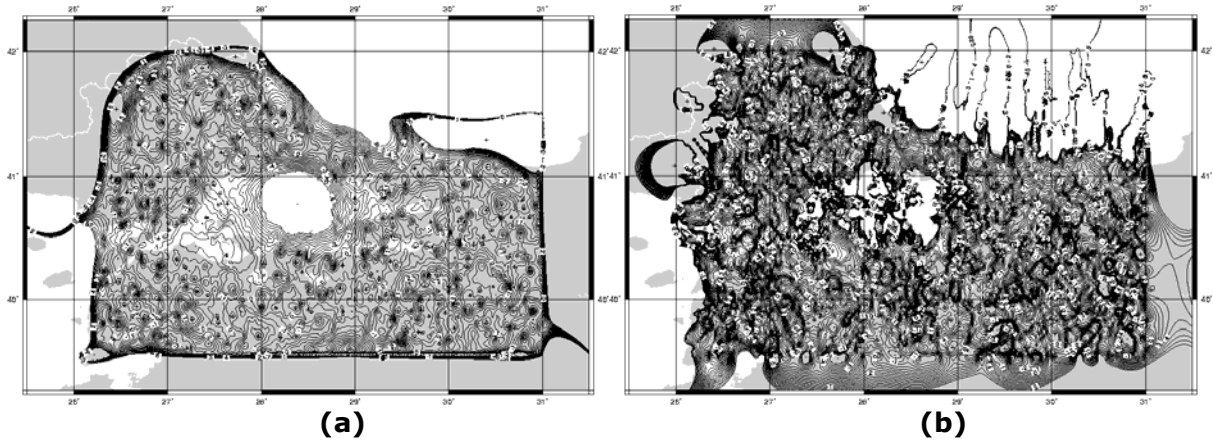
(c)

Şekil-3. En İyi Uyumlu Yüzey Çifti Araştırması (a) Kocaeli, (b) Marmara ve (c).Türkiye Çalışma Bölgelerini göstermektedir.

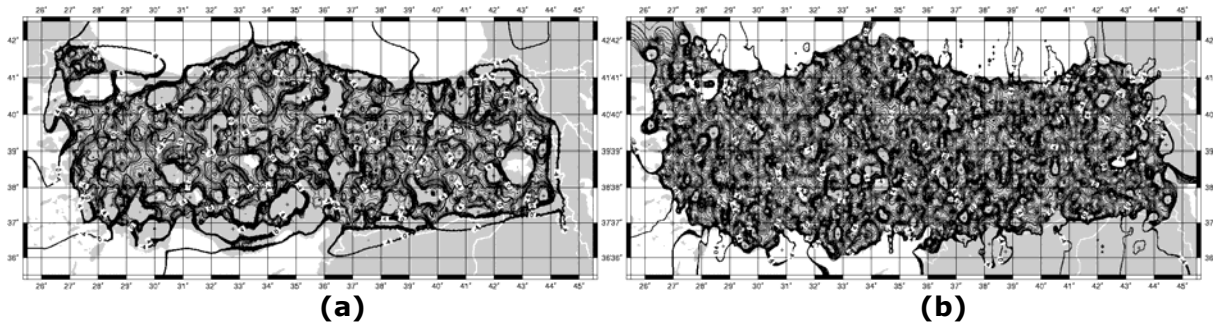
En uyumlu yüzey araştırması sonucunda daha basit iki yüzey ile çalışma alanının temsil edilip edilmediği gerçek değerleri bilinen karelej noktalarının kestirim değerleri ile karşılaştırılarak gerçekleştirilmiştir (Şekil-4, Şekil-5, Şekil-6). Bütün bölgeler için ilk yaklaşık yüzeyin derecesi m_1 ve dinamik yüzeyin derecesi m_2 Şekil-3'den yararlanarak belirlenmiştir.



Şekil-4. Kocaeli Çalışma Bölgesinde; (a) 5. Derece Polinomsal Yüzeyi ile (b) 0.5x1.5(10nokta) Derece Polinomsal Yüzeyinin 2'x2' EGM96 karelej noktaları arasındaki farkları ($-3cm/3cm$ sınırları arasında kalan farklar 0.1cm aralıklı çizilmiştir)



Şekil-5. Marmara Çalışma Bölgesinde; (a) 12. Derece Polinomsal Yüzeyi ile (b) 0.5x2.0(10nokta) Derece Polinomsal Yüzeyinin 2'x2' EGM96 karelej noktaları arasındaki farkları ($-6cm/6cm$ sınırları arasında kalan farklar 0.5cm aralıklı çizilmiştir)



Şekil-6. Türkiye Çalışma Bölgesinde; (a) 10 Nokta Düzeltme Terimli 16. Derece Polinomsal Yüzeyi ile (b) 1.0x2.0(10nokta) Derece Polinomsal Yüzeyinin 10'x10' EGM96 karelej noktaları arasındaki farkları ($-6cm/6cm$ sınırları arasında kalan farklar 1cm aralıklı çizilmiştir)

Şekil-4'de $m=5$ derece polinomsal yüzeye karşılık $m_1=0.5$ ve $m_2=1.5$ (yakın nokta sayısı:10) dereceli çift aşamalı polinomsal yüzey, Şekil-5'de $m=12$ derece polinomsal yüzeye karşılık $m_1=0.5$ ve $m_2=2.0$ (yakın nokta sayısı:10) dereceli çift aşamalı polinomsal yüzey, Şekil-6'de 10 noktalı düzeltme terimli $m=16$ derece polinomsal yüzeye karşılık $m_1=0.5$ ve $m_2=2.0$ (yakın nokta sayısı:10) dereceli çift aşamalı polinomsal yüzey kullanılmıştır. Kullanılan yüzeylerin doğruluğu Şekil-4 ve Şekil-5'de 2'x2' grid aralıklı EGM96 jeoit yükseklikleri ile, Şekil-6 ise 10'x10' grid aralıklı EGM96 jeoit yükseklikleri ile test edilmiştir (Şekil-4, Şekil-5, Şekil-6).

Şekil-6 incelendiğinde en uygun yüzey araştırması sonucu elde edilen 16. derece yüzeyin kestirilen karelaaj noktasına en yakın 10 noktanın farklarının ağırlıklı ortalaması alınarak gerçekleştirilen basit kollokasyon modeli kullanılmış, ama yine de ($\pm 6cm$) den mutlak değerce büyük boşluklara rastlanmıştır (Şekil-6a). Önerilen yöntemin ($\pm 6cm$) den mutlak değerce büyük hatalı alanları oldukça azalttığı görülmektedir (Şekil-6b). Öngörülen $\sigma_N = \pm 5.5cm$ hata göz önünde bulundurulduğunda; yeni yöntem, uygulamada kullanılan diğer geleneksel polinomsal yöntemlere göre oldukça etkin ve güvenilirdir. Ayrıca önerilen bu yöntemin çalışılan alanın sınır bölgelerine (denizlere, göllere vb.) düşen ekstrapolasyon noktalarında da etkili olduğu görülmektedir (Şekil-6b).

SONUÇ

Bu çalışmada; "Çift Aşamalı Yarı Dinamik Yüzey Uydurma" yöntemi kullanılırken seçilen birinci yüzeyin derecesinin önemli olmadığı görülmüştür. Literatürde sıklıkla rastlanan çalışmalarda önerilen düzeltme terimli basit kollokasyon modelinin pratik olarak kullanılabilir olmasına rağmen, teorik anlamda uygun bir çözüm olmadığı söylenebilir. Bu durum, çalışmamızda basit kollokasyon modelinden esinlenerek önerdiğimiz yöntem için de geçerlidir.

Çift aşamalı yüzey belirlerken ilk yüzeyin kestirim sonuçları, ikinci yüzeyin kestirimi aşamasında kullanılır. İkinci yüzeyin kestiriminde kullanılan farklar korelasyonludur. Çalışmada bu korelasyonlar göz ardı edilmemiş ve ikinci yüzeyin kestirimi aşamasında hesaba katılmıştır. İkinci yüzey kestirilirken farkların korelasyonlarının göz ardı edilmesinin sonuçları fazla etkilemediği de görülmüştür.

KAYNAKLAR

Heiskanen, W. ve Moritz, H. (Çeviri: Gürkan, O.), 1984, Fiziksel Jeodezi, **KTÜ Basımevi**, **19**, Trabzon.

Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, H. ve Collins, J., 1997, GPS Theory and Practice, Fourth Revised Edition, **Springer**, New York.

Kılıçoğlu, A., 2002, Güncelleştirilmiş Türkiye Jeoidi (TG99A) , TUJK 2002 Yılı Bilimsel Toplantısı, **Tektonik ve Jeodezik ağlar Çalıştayı**.
[http://www.hgk.mil.tr/haritalar_projeler/bildiriler/jeodezi/makale\(pdf\)/jeo_tek_bil3.pdf](http://www.hgk.mil.tr/haritalar_projeler/bildiriler/jeodezi/makale(pdf)/jeo_tek_bil3.pdf)

Kurt, O., Arslan, O. ve Konak, H., 2007, Polinomsal Yükseklik Dönüşümü, **TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası**, 11. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı, 2-6 Nisan 2007, Ankara.

Ollikainen, M., 1997, Determination of Ortometric Heights Using GPS Leveling, **Publications of The Finish Geodetic Institute, No:123**, Kirkkonummi.

Öztürk, E. ve Şerbetçi, M, 1992, Dengeleme Hesabı, Cilt III, **KTÜ Yayınları**, **144/40**, Trabzon.

Yanalak, M. Ve Baykal, O, 2001, Transformation of Elipsoid Heights to Local Leveling Heights, **Journal of Surveying Engineering**, August.

Yıldırım. A., 2001, Türkiye Mutlak Jeoidini Belirleme Projesi, **Harita Genel Komutanlığı**, Ankara.

[http://www.hgk.mil.tr/haritalar_projeler/bildiriler/jeodezi/makale\(pdf\)/jeo_tek_bil1.pdf](http://www.hgk.mil.tr/haritalar_projeler/bildiriler/jeodezi/makale(pdf)/jeo_tek_bil1.pdf)

Seeber, G., 1993, Sattellite Geodesy, **Walter de Gruyter**, Berlin, NewYork.

Web kaynakları

[1] <http://gmt.soest.hawaii.edu/>, Generic Mapping Tools, Şubat 2007.

[2] <http://sourceforge.net/projects/egm96-f477-c>, Şubat 2007.

[3] <http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/egm96/egm96.html>, NGA/NASA EGM96, N=M=360 Earth Gravitational Model, Şubat 2007.

[4] <http://cddis.nasa.gov/926/egm96/egm96.html>, EGM96 The NASA GSFC and NIMA Joint Geopotential Model, NASA, Ohio State University, NIMA, Şubat 2007.

[5] <http://www.ngdc.noaa.gov/seg/cdroms/grav99v1/document/html/egm96.htm>, NOAA Web Sit, EGM96 Earth Geopotatial Model, Şubat 2007.

[6] <http://kom.aau.dk/~borre/masters/geoid/lecture2/geoidund.pdf>, Borre, K., 2004, Geoid Undulations Computed from EGM96, Şubat 2007.

[7] <ftp://ftp.gnuplot.vt.edu/pub/gnuplot/gnuplot-4.0.0.tar.gz>

[8] <http://www.bloodshed.net/dev/devcpp.html>, Dev-C++, C/C++ derleyicisi, (Delphi de yazılmış)